

MODERNE WISKUNDE

Welke wiskunde
moet ik kiezen
voor het examen?

Folder voor
leerlingen in
klas 3 vwo

Noordhoff

Brengt je verder



Welke wiskunde kun je kiezen?

Vanaf klas 4 zijn er vier vakken wiskunde. Dit zijn wiskunde A, B, C en D. Wiskunde A, B en C zijn vakken waar je eindexamen in doet.

Wiskunde D is een schoolexamenvak en wordt niet op alle scholen gegeven.

Deze wiskundevakken sluiten aan bij het profiel dat je gaat kiezen. Wiskunde is verplicht bij alle profielen.

	Verplicht	Keuzevak
CM	C	-
EM	A of B	-
NG	A of B	-
NT	B	D

Het is mogelijk wiskunde B te kiezen als extra vak naast wiskunde A.

Het vak wiskunde D kan alleen gekozen worden door leerlingen die ook wiskunde B kiezen. Wiskunde D wordt niet op iedere school aangeboden.

Waarom wiskunde A?

Bij wiskunde A leer je om verbanden te zien en te begrijpen. Het gaat hier dan om het goed kunnen lezen en interpreteren van grafieken en tabellen en daar dan 'eenvoudige formules' bij herkennen. Maar je moet ook kunnen rekenen aan formules. Op de vraag "Hoe steil loopt een groeicurve", moet je een antwoord kunnen geven.

Dit zijn vaardigheden die je nodig hebt bij vervolgopleidingen in de sectoren gezondheid, milieu en economie.

Een ander belangrijk onderdeel van het vak is statistiek. Hoe haal je uit een grote hoeveelheid data relevante informatie? Als je interesse hebt in een opleiding waar je regelmatig onderzoek moet doen, dan is het belangrijk om je onderzoeksresultaten goed te begrijpen en daar zinnige conclusies uit te trekken.

Een ander onderwerp dat bij wiskunde A behandeld wordt is kansrekening. Vragen als: "Hoe groot is de kans dat je een tennispartij wint, als je niet eerder van deze tegenstander hebt gewonnen?", staan hierin centraal.

Waarom wiskunde C?

Dit vak is in principe alleen bestemd voor leerlingen met het profiel CM. Deze wiskunde bevat onderwerpen die ook binnen wiskunde A worden behandeld. Dit zijn o.a. de onderdelen statistiek en verbanden. Binnen wiskunde C wordt het onderwerp 'Logisch redeneren' behandeld. Dat biedt ondersteuning als je een opleiding binnen het vakgebied Rechten gaat volgen. Maar ook het onderwerp 'Vorm en ruimte' heeft een prominente plek. Hiermee krijg je zicht op hoe binnen de sector Kunst en Cultuur de wiskunde een plaats kan innemen.

De overlappende onderwerpen met wiskunde A zijn over het algemeen iets makkelijker.

Waarom wiskunde B?

Het is verstandig om dit vak in je pakket te nemen als je een studie met een bèta-stempel kiest. Daarmee verhoog je de kans om die studie tot een succes te maken.

In dit vak ga je flink aan het werk met functies en formules en leer je allerlei technieken om deze te manipuleren. Je leert optimaliseren, integreren en doet een hoop kennis op over deze functies, die natuurkundige verschijnsels beschrijven. Als wiskunde in klas 3 je heel makkelijk afgaat, kun je dit vak kiezen.

Waarom wiskunde D?

Bij wiskunde D worden verschillende onderwerpen behandeld, die doorkijkjes geven naar een vervolgopleiding in een wiskundige richting. Electrotechniek, Bedrijfswiskunde, maar ook Theoretische natuurkunde en de studie Wiskunde zelf, zijn richtingen waarop je door het volgen van wiskunde D goed wordt voorbereid.





Wiskunde A in 3 vwo

Moderne Wiskunde editie 12

Hoofdstuk 12A is in zijn geheel een wiskunde A hoofdstuk. Hoofdstuk 11A is de wiskunde A variant van het verplichte onderwerp Vergelijkingen en ongelijkheden.

In de paragraaf Gemengde opdrachten van elk hoofdstuk zijn enkele opdrachten als wiskunde A gemarkeerd.

Een selectie door het hele boek heen:

3A vwo

- p.30 opdracht 42 (exponentiële formules opstellen)
- p.61 opdracht 35 (gebruik van kwadratische formule in context)
- p.135 opdracht 36 (kwadratische vergelijking oplossen in context)
- p. 179 opdracht 36 (transformatie van grafieken)

3B vwo

- Heel hoofdstuk 8 (Statistiek), bijvoorbeeld opdracht 32 (puntenwolken)
- p.79 opdracht 52 (begrensde groei volgens gebroken functie)
- p.161 opdracht 51 (telprobleem met formules)
- p.226 opdracht 24 (kansrekening)

Wiskunde A in 3 vwo

Moderne Wiskunde editie 10

Hoofdstuk 12A is in zijn geheel een wiskunde A hoofdstuk. De meeste hoofdstukken hebben een aparte wiskunde A paragraaf (Extra oefening Gemengd A). Daarin staan de A-varianten bij het betreffende onderwerp van het hoofdstuk.

Een selectie door het hele boek heen:

3A vwo

- p.30 opdracht G-4 (begrensde afname volgens gebroken functie)
- p.54 opdracht G-1 (gebruik van kwadratische formule in context)
- Heel hoofdstuk 5 (Statistiek), bijvoorbeeld opdracht 32 (trendlijn in puntenwolk gebruiken)
- p.192 opdracht G-2 (transformaties van grafieken)

3B vwo

- p.67 opdracht D-5 (periodieke beweging)
- p.23 opdracht 59 (exponentiële formule opstellen bij context)
- p.89 opdracht 35 (exponentiële vergelijking bij een rattenplaag)
- p.177 opdracht 23 (kansrekening)

Wiskunde B in 3 vwo

Moderne Wiskunde editie 12

Hoofdstuk 12B is in zijn geheel een wiskunde B hoofdstuk. Hoofdstuk 11B is de wiskunde B variant van het verplichte onderwerp Vergelijkingen en ongelijkheden.

In de paragraaf Gemengde opdrachten van elk hoofdstuk zijn enkele opdrachten als wiskunde B gemarkeerd.

Een selectie door het hele boek heen:

3A vwo

- p.29 opdracht U8 (rekenen en redeneren met rekenregels)
- p.61 opdracht 36 (kwadratische functie met parameters)
- p.105 opdracht 40 (meetkunde en formules)
- p.129 opdracht U4 (parabool met parameter)
- p.212 opdracht 34 (rekenen met koersen, goniometrie)

3B vwo

- p.57 opdracht U2 (redeneren met wortelfuncties)
- p.78 opdracht 49 (allerlei functievoorschriften herleiden)
- p.111 opdracht U6 (redeneren in meetkunde)
- p.199 opdracht 54 (ongelijkheid en asymptoot)

Wiskunde B in 3 vwo

Moderne Wiskunde editie 10

Hoofdstuk 12B is in zijn geheel een wiskunde B hoofdstuk. De meeste hoofdstukken hebben een aparte wiskunde B paragraaf (Extra oefening Gemengd B). Daarin staan de B-varianten bij het betreffende onderwerp van het hoofdstuk. Een selectie door het hele boek heen:

3A vwo

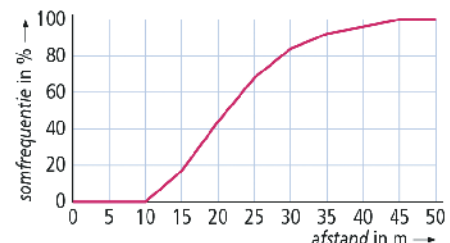
- p.31 opdracht G-7 (parameters in functies koppelen aan grafieken)
- p.55 opdracht G-4 (eigenschap van een parabool gebruiken om een probleem op te lossen)
- p.97 opdracht G-5 (meetkunde en formules)
- p.125, opdracht G-5 (parabool met parameter)

3B vwo

- p.22 opdracht 58 (allerlei formules herleiden)
- p.31 opdracht G-7 (rekenen aan een wortelformule)
- p.56 opdracht G-4 (rekenen met koersen, goniometrie)
- p.89 opdracht 36 (allerlei vergelijkingen oplossen)
- p.123 opdracht G-6 (analytische meetkunde, lijnen en cirkels)

Voorbeelden wiskunde A in klas 4 vwo

- 37** De grafiek is een relatieve somfrequentiepolygoon van de resultaten van het vergooien bij een sportdag van groep 8.
- Hoe kun je aan de grafiek zien dat de resultaten in klassen zijn ingedeeld?
 - Welke klasse is de modale klasse? Hoe zie je dat in de grafiek?
 - Teken een boxplot bij de grafiek.



- 5** Een kop koffie heeft direct na het inschenken een temperatuur van 80°C . Elke vijf minuten wordt de temperatuur gemeten. In de tabel staan de resultaten.

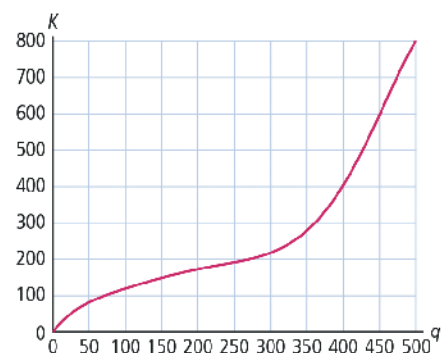
t in minuten	T in $^\circ\text{C}$	verschil met omgeving
0	80	60
5	52	32
10	37	...
15	29	...
20	25	...

De omringende lucht heeft een temperatuur van 20°C . Volgens de afkoelingswet van Newton neemt het temperatuurverschil tussen een vloeistof en de omgeving exponentieel af.

- Vul de tabel verder in en laat zien dat bij benadering aan de afkoelingswet wordt voldaan.
- De temperatuur T van de koffie na t minuten voldoet aan de formule $T = 20 + 60 \cdot 0,881^t$. Controleer dit voor $t = 5$, $t = 10$ en voor $t = 15$.
- Plot de grafiek van T . Tot welke horizontale lijn nadert de grafiek van T ?
- Welke grenswaarde heeft de formule en wat is de praktische betekenis van deze grenswaarde?

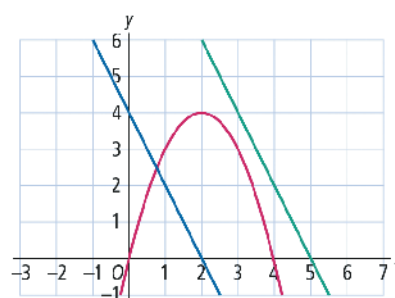
- 26** Bij een bedrijf worden verkwasten gemaakt. In de grafiek zie je dat K , de productiekosten in euro's afhangen van het aantal verkwasten q dat geproduceerd wordt. In de economie noem je de toename van de productiekosten als je één verkwast meer maakt, de marginale kosten. Deze marginale kosten mag je benaderen met behulp van de helling van de grafiek.

- Hoe volgt uit de gegeven grafiek dat in deze situatie de marginale kosten positief zijn?
- Geef een benadering van de marginale kosten bij $q = 100$.
- Bij welk aantal geproduceerde verkwasten zijn de marginale kosten even groot als bij $q = 100$?
- Bij welk aantal geproduceerde verkwasten zijn de marginale kosten op zijn kleinst? Licht je antwoord toe.



Voorbeelden wiskunde B in klas 4 vwo

- 40** Gegeven is de functie $f(x) = -x^2 + 4x$ en de familie van functies $g_a(x) = a - 2x$. Geschetst zijn de grafiek van f en voor twee waarden van a ook de grafiek van g_a .
- Bereken voor welke waarde van a het punt $(8, -32)$ een snijpunt is van de grafieken van f en g_a .
 - De waarde van a kan zo gekozen worden dat de grafiek van g_a de grafiek van f raakt, dus één gemeenschappelijk punt met de grafiek van f heeft. Bereken deze waarde van a .
 - Voor welke waarden van a snijdt de grafiek van g_a de grafiek van f niet?



Voorbeeld 1

Los algebraïsch op en rond je antwoord af op één decimaal $x^4 - 10x^2 = 11$.

Oplossing

Stel $x^2 = a$ dan wordt de vergelijking

$$a^2 - 10a - 11 = 0$$

$$(a + 1)(a - 11) = 0$$

$$a = -1 \text{ of } a = 11$$

$$x^2 = -1 \text{ of } x^2 = 11$$

Alleen $x^2 = 11$ heeft oplossingen:

$$x = -\sqrt{11} \approx -3,3 \text{ of } x = \sqrt{11} \approx 3,3$$

Voorbeeld 2

Los exact op $2x - 1 = \sqrt{x + 2\frac{1}{2}}$.

Oplossing

$$(2x - 1)^2 = x + 2\frac{1}{2} \quad (\text{gekwadrateerd})$$

$$4x^2 - 4x + 1 = x + 2\frac{1}{2}$$

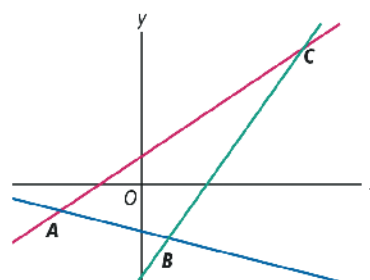
$$4x^2 - 5x - 1\frac{1}{2} = 0$$

$$\text{Discriminant } D = 25 - 4 \cdot 4 \cdot -1\frac{1}{2} = 49$$

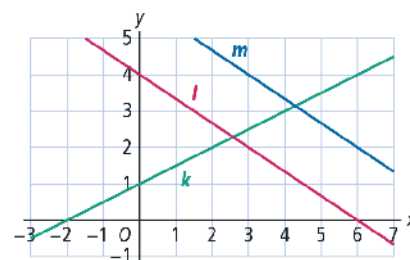
$$x = \frac{5+7}{8} = 1\frac{1}{2} \text{ of } x = \frac{5-7}{8} = -\frac{1}{4}$$

Alleen de eerste oplossing voldoet.

- 45** Gegeven zijn de punten $A(-3, -1)$, en $C(6, 8)$.
- Bereken exact de lengte van de zijden van $\triangle ABC$.
 - Bereken in graden nauwkeurig de hoeken van $\triangle ABC$.
 - Bereken exact de afstand van punt B tot de lijn AC .

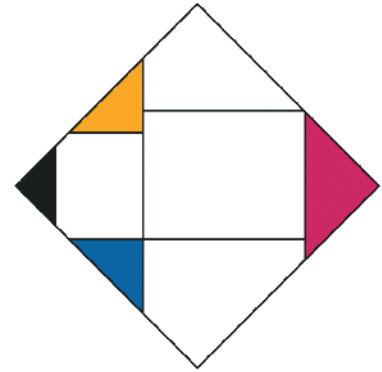


- 46** In een assenstelsel zijn de lijnen k , l en m getekend. De lijnen l en m zijn evenwijdig.
- Stel een vergelijking op van elk van de lijnen k , l en m .
 - Bereken $\angle(k, l)$ in graden nauwkeurig.
 - Bereken algebraïsch $d(l, m)$. Rond je antwoord af op één decimaal.

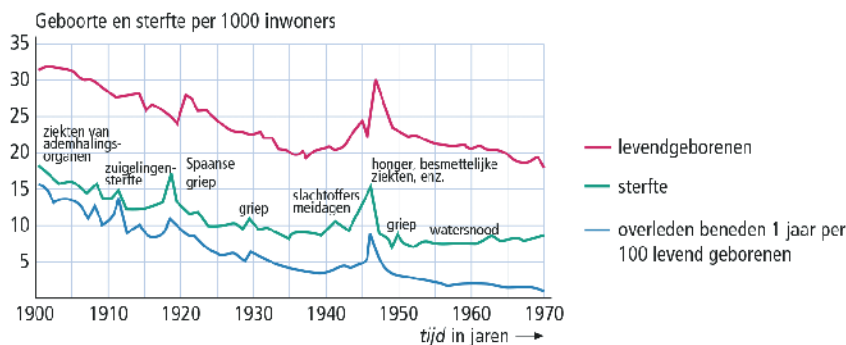


Voorbeelden wiskunde C in klas 4 vwo

- 21** De Nederlandse schilder Piet Mondriaan (1874 - 1944) was één van de eerste kunstenaars die abstracte werken maakte. Je ziet een tegel in de stijl van Mondriaan: horizontale en verticale zwarte lijnen die de tegel in een aantal vlakjes verdelen. Een aantal van deze vlakjes wordt ingekleurd; de anderen blijven wit. Alleen de kleuren rood, geel, blauw en zwart worden gebruikt.
- Bereken het aantal mogelijke manieren waarop de vier driehoekige vlakjes met verschillende kleuren ingekleurd kunnen worden.
 - Bereken het aantal mogelijke manieren waarop vier van de acht vlakjes met verschillende kleuren ingekleurd kunnen worden.

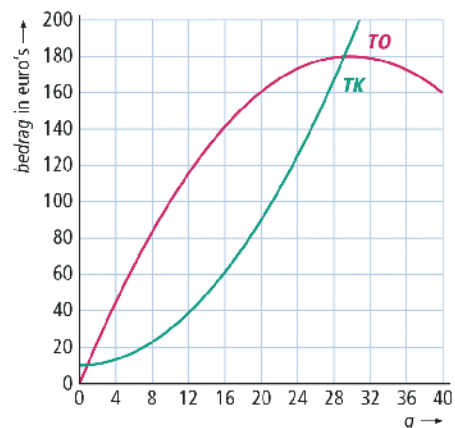


- 12** De grafieken gaan over geboorte- en sterftcijfers in Nederland. Bij een aantal pieken staat de oorzaak vermeld.



- Hoe zie je dat de gegevens in deze grafiek relatief zijn?
- In 1918 zijn er veel mensen slachtoffer geworden van de Spaanse griep. De totale bevolking bedroeg toen 6 625 300. Bereken het aantal mensen dat is overleden ten gevolge van de Spaanse griep.
- Bereken hoeveel baby's in 1918 niet de leeftijd van 1 jaar bereikten.

- 30** Een fabrikant produceert horloges. De grafieken van de totale opbrengst TO en de totale kosten TK in euro's bij een productie van q horloges zijn getekend.
- Lees af hoeveel winst er gemaakt wordt bij een productie van 20 horloges.
 - Beschrijf in woorden het verloop van de winst als q toeneemt van 0 tot 40. Gebruik de woorden toenemend/afnemend stijgend/dalend.
 - Lees af voor welke waarde van q (ongeveer) de totale kosten en de totale opbrengst even snel stijgen.
 - Leg uit dat bij dat aantal horloges de winst maximaal is.



Voorbeelden wiskunde D in klas 4 vwo

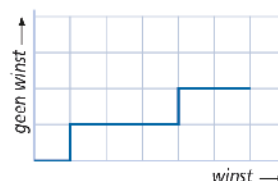
- 47a** Uit hoeveel termen bestaat de uitwerking van $(x + y)^7$?
- b** Schrijf $(x + y)^7$ zonder haakjes.
- c** Volgens het binomium van Newton is $(x + 5)^2 = \binom{2}{0}x^2 + \binom{2}{1} \cdot x \cdot 5 + \binom{2}{2} \cdot 5^2$.
Ga dat dat dit klopt met $(x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$.
- d** Schrijf $(x + 2)^4$ en $(p + 3)^5$ zonder haakjes.
- e** Je kunt $(a - b)^5$ als $(a + -b)^5$ schrijven. Gebruik het binomium van Newton om $(a - b)^5$ zonder haakjes te schrijven.
- f** Schrijf $(j + m)^4$ zonder haakjes en leg uit wat het verband is met opdracht 43.

Voorbeeld

Een schaakgrootmeester speelt een simultaanwedstrijd tegen acht personen.
De kans dat hij een simultaanpartij wint is 0,9.
Bereken de kans dat hij zes van de acht wedstrijden wint.

Oplossing

- 1** Zes van de acht partijen komt overeen met het punt (6, 2).
- 2** Hiernaast zie je één zo'n route.
- 3** De kans op zo'n route is $0,9^6 \times 0,1^2$.
- 4** Er zijn $\binom{8}{2} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = 28$ verschillende routes.
- 5** De kans op deze uitslag is $28 \times 0,9^6 \times 0,1^2 \approx 0,1488$.



- 28** Hiernaast is in de eenheidscirkel punt P getekend.
De hoek tussen OP en de positieve horizontale as is $\frac{1}{6}\pi$.
- a** Bereken de x -coördinaat en de y -coördinaat van P .
- b** In het complexe vlak komt P overeen met het complexe getal z .
Geef de modulus en het argument van z .
- c** Leg uit dat $z = \frac{1}{2}\sqrt{3} + \frac{1}{2}i$.

